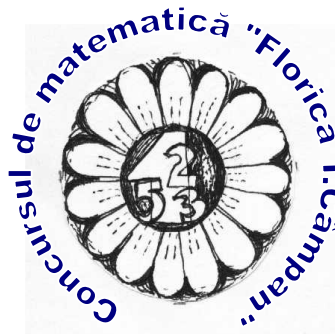


CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
EDIȚIA A X-A
ETAPA JUDEȚEANĂ, 20 FEBRUARIE 2010



Clasa a VIII-a – Barem

1. a) Observăm că $N = (x - y)(x^4 - 13x^2y^2 + 36y^4)$ 3p
 $= (x - y)(x^2 - 4y^2)(x^2 - 9y^2)$ 2p
 $= (x - y)(x + 2y)(x - 2y)(x + 3y)(x - 3y)$2p
b) Dacă $y = 0$, atunci $N = x^5$, număr care nu poate fi egal cu 77.2p
Dacă $y \neq 0$, cei cinci factori din descompunerea lui N sunt distincți. Însă 77 nu poate fi scris ca produs cu mai mult de patru factori întregi distincți, de unde concluzia problemei.4p
Baza.....2p
2. a) Fie P și Q picioarele perpendicularelor duse din A și C pe traiectoriile bondarilor care trec prin B , respectiv prin D . Atunci $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (I.U.); deducem că $AP = CQ$ și de aici rezultă concluzia problemei.7p
b) Ducem prin D paralela la AB și fie M un punct pe această paralelă. Oricare dintre bisectoarele (interioară sau exterioară) unghiului $\angle MDC$ formează unghiuri egale cu dreptele AB și CD , deci poate constitui o traiectorie bună pentru bondarul care trece prin D . Ceilalți bondari vor zbura pe paralelele prin A, B, C la bisectoarea aleasă.4p
Considerăm planul perpendicular pe (CDM) care conține bisectoarea de mai înainte. Orice dreaptă care trece prin D , inclusă în acest plan, este în continuare traiectorie bună pentru bondarul care trece prin D2p
Baza.....2p
3. Pe prima linie se află opt numere naturale nenule distincte, a căror sumă este 64.3p
a) Dacă toate aceste numere ar fi pare, suma lor ar fi cel puțin egală cu $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 = 72 > 64$, contradicție.2p
Dacă un singur număr ar fi impar, suma lor ar fi impară, ceea ce iarăși nu convine. Rezultă că cel mult șase dintre numerele de pe prima linie sunt pare; se găsește ușor un exemplu de opt astfel de numere (2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 13).2p
b) Pentru ca unul dintre numere să fie cât mai mare, celelalte șapte trebuie să fie cât mai mici. Considerând numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, cu suma 28, rezultă că cel mai mare număr care se poate afla pe tablă este 36.3p
c) Dacă produsul numerelor de pe prima linie este impar, înseamnă că toate aceste numere sunt impare. Cele mai mici opt numere impare distincte au suma $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64$, prin urmare acestea sunt singurele numere care se pot afla pe prima linie.3p
Baza.....2p